

# Intergenerationale und intragenerationale Mobilität von Parlamentariern der Frankfurter Nationalversammlung: eine Anwendung der Korrespondenzanalyse

Blasius, Jörg

Veröffentlichungsversion / Published Version  
Sammelwerksbeitrag / collection article

## Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Blasius, J. (1991). Intergenerationale und intragenerationale Mobilität von Parlamentariern der Frankfurter Nationalversammlung: eine Anwendung der Korrespondenzanalyse. In H. Best, & H. Thome (Hrsg.), *Neue Methoden der Analyse historischer Daten* (S. 80-104). Sankt Katharinen: Scripta Mercaturae Verl. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-338076>

## Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

## Terms of use:

This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

# Intergenerationale und intragenerationale Mobilität von Parlamentariern der Frankfurter Nationalversammlung. Eine Anwendung der Korrespondenzanalyse.

von Jörg Blasius

## 1. Einleitung

Bis Mitte der 60er Jahre wurde Mobilitätsforschung nahezu ausschließlich von Sozialwissenschaftlern betrieben, erst seit diesem Zeitpunkt sind auch Historiker dazu übergegangen "... eins der wichtigsten Erprobungsfelder für quantifizierende Methoden in der historischen Forschung ..." (Kaelble 1978)<sup>1</sup> anzuwenden. Das klassische Verfahren zur multivariaten Auswertung von Mobilitätsdaten ist die multidimensionale Skalierung (MDS)<sup>2</sup> (s. z.B. Blau und Duncan 1967; Best 1989, 1990),<sup>3</sup> ein Verfahren, mit dem (Un)ähnlichkeiten im Mobilitätsverhalten zwischen allen Objekten (allen Berufsgruppen) durch Distanzen in einem (meistens) zweidimensionalen Raum dargestellt werden können. In diesem Beitrag wird die Korrespondenzanalyse als alternatives Verfahren zur multivariaten Auswertung von Mobilitätsdaten vorgestellt. Um die Vor- und Nachteile der Korrespondenzanalyse gegenüber der multidimensionalen Skalierung herauszustellen,

<sup>1</sup> vgl. Herbert K a e l b l e, "Einleitung," in: Herbert K a e l b l e, Hrsg., Geschichte der sozialen Mobilität seit der industriellen Revolution (Königstein/ Ts., 1978), S.3-11 (S.3).

<sup>2</sup> Die MDS ist ein exploratives Analyseverfahren, mit dem (Un)ähnlichkeiten in Distanzen umgerechnet werden. Je größer die räumliche Distanz im (i.d.R.) zweidimensionalen Darstellungsraum, desto größer die Unähnlichkeit zwischen den Objekten. Da nur relativ selten (Un)ähnlichkeiten direkt erhoben werden (ein klassisches Beispiel ist die Entfernung zwischen Städten; in der Umfrageforschung wären es Paarvergleiche, wobei jedes Objekt mit jedem Objekt verglichen werden muß), müssen die zu analysierenden Daten umgerechnet werden, z.B. in Dissimilaritätsindizes oder Korrelationskoeffizienten. Eine gute Einführung in die multidimensionale Skalierung geben A. P. M. C o x o n, "The User's Guide to Multidimensional Scaling" (London, 1982) und Ingwer B o r g, "Anwendungsorientierte multidimensionale Skalierung," (Heidelberg, 1981).

<sup>3</sup> Peter M. B l a u und Otis D. D u n c a n, "The American Occupational Structure," (New York, 1967); Heinrich B e s t, "Soziale Morphologie und politische Orientierungen bildungsbürgerlicher Abgeordneter in der Frankfurter Nationalversammlung und in der Pariser Assemblée nationale constituante 1848/49," in: Jürgen K o c k a, Hrsg., Bildungsbürgertum im 19. Jahrhundert, Teil IV (Stuttgart, 1989), S. 53-94; Heinrich B e s t, "Die Männer von Bildung und Besitz", (Düsseldorf, 1990).

verwenden wir den gleichen Datensatz, der auch Bests Analysen zugrunde liegt.

Best untersuchte die inter- und die intragenerationale Mobilität der Mitglieder der Frankfurter Nationalversammlung (FNV) von 1848/49 und der zur gleichen Zeit tagenden Mitglieder der Pariser Assemblée nationale constituante. Wir beschränken uns in unserem Methodenvergleich auf die Mitglieder der FNV, also auf eine Elite von Bildungsbürgern (87% hatten ein akademisches Bildungspatent, als Äquivalente galten lediglich Besitz, Abstammungsprestige oder ein Offizierspatent<sup>4</sup>) in einem fest definierten Kontext.

Die FNV kann als erstes demokratisches Parlament in Deutschland angesehen werden. Sie tagte vom Mai 1848 bis zum Mai 1849. Die wichtigste Aufgabe der FNV war, eine einheitliche Verfassung für einen großen Flächenstaat zu entwerfen. Die Parlamentarier wurden in Wahlkreisen bestimmt, wobei in jedem dieser Wahlkreise 1 Sitz vergeben werden konnte<sup>5</sup>. Nach Langewiesche (1978) waren die Wahlen zur Nationalversammlung im wesentlichen Honorationswahlen<sup>6</sup>, an denen etwa 80% der männlichen Bevölkerung teilnehmen durften<sup>7</sup>. Neben unterschiedlichen Versuchen, Teile der unterprivilegierten Bevölkerung (insb. Landarbeiter, Tagelöhner, Fabrikarbeiter und Dienstboten) die Wahlberechtigung vorzuenthalten, gab es bei den Ungebildeten und Besitzlosen ein großes Desinteresse, an der Wahl teilzunehmen<sup>8</sup>.

## 2. Die Studie von Heinrich Best

Best hat in den letzten Jahren einen Datensatz zusammengestellt<sup>9</sup>, in dem 809 Parlamentarier der FNV verzeichnet sind. Diese 809 Personen übten ins-

<sup>4</sup> vgl. Best (1989), S. 58.

<sup>5</sup> Frank Eyck, "Deutschlands große Hoffnung - Die Frankfurter Nationalversammlung 1848/49," (München, 1973), S.77.

<sup>6</sup> Dieter Langewiesche, "Die Anfänge der deutschen Parteien. Partei, Fraktion und Verein der Revolution von 1848/49," in: Wolfgang J. Mommsen, Hrsg., Liberalismus im aufsteigenden Industriestaat (Göttingen, 1978), S. 325.

<sup>7</sup> siehe Dieter Langewiesche, "Die deutsche Revolution von 1848/49 und die vorrevolutionäre Gesellschaft: Forschungsstand und Forschungsperspektiven," in: Archiv für Sozialgeschichte 21 (1981), S. 458-498 (S. 469).

<sup>8</sup> Vgl. Theodore S. Hamerow, "Die Wahlen zum Frankfurter Parlament," in: Ernst-Wolfgang Böckenförde, Hrsg., Moderne deutsche Verfassungsgeschichte (1815-1918) (Köln, 1972), S. 215-236 (S. 232).

<sup>9</sup> Heinrich Best unter Mitarbeit von Rainer Kuzniä, "Die Abgeordneten der Frankfurter Nationalversammlung 1848/49," Datenhandbuch, Institut für Angewandte

gesamt 927 verschiedene Berufe aus, die von Best in 10 Berufsgruppen zusammengefaßt wurden. Die Gruppen sind differenziert nach funktionalen Bereichen und innerhalb derer weiter unterschieden nach funktionalen Differenzierungen. So z.B. der Staatsdienst: dieser wird unterschieden nach Bildung (einschließlich der Wissenschaft), Justiz, Verwaltung und Militär. Die verbleibenden 6 Berufsgruppen enthalten die Angehörigen des Klerus, der Unternehmen, der Gutsbesitzer, der Advokaten, der Freiberufler (dieses sind hauptsächlich Publizisten, Journalisten, Literaten und Künstler) und die der Residualkategorie "Kleinbürger" (klein- und unterbürgerliche Positionen). Best untersuchte in seinen Arbeiten u.a. die intra- und intergenerationale Mobilität der Parlamentarier innerhalb und zwischen den 10 genannten Berufsgruppen. Als multivariates Auswertungsverfahren verwendete er die multidimensionale Skalierung.

Zur Beschreibung der intergenerationalen Mobilität verwendete Best eine Tabelle der Zuströme der 10 unterschiedlichen Berufsgruppen vom Beruf des Vaters zum Hauptberuf des Sohnes im Jahre 1848/49<sup>10</sup>. Diese Daten mußten im ersten Schritt, wie bereits erwähnt, in (Un)ähnlichkeiten umgerechnet werden. Best benutzt hierfür den relativ häufig verwendeten Dissimilaritätsindex<sup>11</sup>. Die Matrix der resultierenden (Un)ähnlichkeiten der Mobilitätsströmungen zwischen den zehn Berufsbereichen wurde im zweiten Schritt der Analyse in Distanzen (zwischen den Objekten, also den Berufsbereichen) übersetzt und in einem zweidimensionalen Raum graphisch dargestellt. Zusätzlich zu dieser Umrechnung in Distanzen wurde die Matrix der Dissimilaritätsindizes für eine hierarische Clusteranalyse verwendet, mittels derer Best vier Cluster von Berufsbereichen unterscheiden konnte<sup>12</sup>. Das

Sozialforschung, Universität zu Köln (Köln, 1986). Das Datenhandbuch ist Bestandteil des Projektes "Struktur und Wandel parlamentarischer Führungsgruppen in Deutschland 1848-1935".

<sup>10</sup> Die Abgeordneten übten zum Zeitpunkt ihrer Tätigkeit in der FNV teilweise mehrere Berufe aus. Best beschränkt sich in seinen multivariaten Analysen auf den in den Jahren 1848/49 als Hauptberuf angegebenen.

<sup>11</sup> Der Dissimilaritätsindex ist ein Index, der auf einer Abweichung einer jeden Beobachtung von einem zentralen Wert basiert. Der Dissimilaritätsindex wird in der Arbeit von Otis D. Duncan und Beverly Duncan, "A Methodological Analysis of Segregation Indexes," in: American Sociological Review 20 (1955), S. 210-217, ausführlich beschrieben und u.a. von Peter M. Blau und Otis D. Duncan (1967) als Ähnlichkeitsmaß zur Analyse von Mobilitätsbewegungen mittels der MDS verwendet.

<sup>12</sup> Da mit Hilfe der MDS (lediglich) (Un)ähnlichkeiten in Distanzen umgerechnet werden können, wird häufig zusätzlich eine Clusteranalyse gerechnet, um ein numerisches Kriterium zu haben, anhand dessen die Objekte zu Clustern zusammengefaßt werden können.

erste Cluster bezeichnete er als das Cluster der Unternehmer und Kleinbürgerlichen, das zweite als Cluster der Kleriker, der Freiberuflichen und der Bildungsberufe, das dritte als Cluster der Verwaltungsbeamten, Richter und Rechtsanwälte und das vierte als Cluster der Militärs und Gutsbesitzer. Die beiden Berufsgruppen des vierten Clusters liegen jedoch in der Abbildung räumlich ziemlich stark getrennt voneinander, d.h. es gibt nur relativ wenig Mobilität von der einen zu der anderen Berufskategorie.

Die vier identifizierten Cluster entsprechen den sozialen Grundfunktionen der strukturell funktionalen Systemtheorie von Parsons (1985)<sup>13</sup>. Das Cluster der Unternehmer und Kleinbürgerlichen entspricht der durch das wirtschaftliche Subsystem wahrgenommenen Anpassungsfunktion (adaption). Das zweite Cluster umfaßt die im Bildungsbereich Tätigen, es entspricht der durch das kulturelle Subsystem wahrgenommenen Funktion der Normerhaltung und Spannungsbewältigung (pattern maintenance). Das dritte Cluster entspricht der Funktion der sozialen Kontrolle und Aufrechterhaltung von Gesetznormen (integration) und das vierte Cluster, die Gutsbesitzer und Militärs, den Exponenten der traditionellen Führungsgruppen mit der Funktion der Zielerreichung (goal attainment). Die Hauptachse seiner zweidimensionalen Darstellung interpretierte Best als Statusdimension, wo auf der einen Seite die Kleinbürgerlichen und die Unternehmer als weniger Privilegierte, auf der anderen Seite die Gutsbesitzer stehen.

Für die Untersuchung der intragenerationalen Mobilität führte Best mit dem Adel eine elfte Gruppe ein. Als Ähnlichkeitsmaß zur multidimensionalen Skalierung verwendete er für diese Analyse den Phi-Koeffizienten<sup>14</sup>, womit er auf eine Unterscheidung in Zu- und Abströme verzichtet hat. Auch in dieser Analyse sind die Cluster des Bildungssystems und des wirtschaftlichen Subsystems gut sichtbar. Die anderen Berufskategorien liegen verstreut im Darstellungsraum und sind nicht mehr eindeutig einem Cluster zuordbar. Eine eindeutige inhaltliche Interpretation der Achsen ist nicht möglich<sup>15</sup>. Best kommt u.a. zu dem Ergebnis, daß Status zwar intergenerational geerbt, aber nicht im Verlauf intragenerationaler Mobilität erworben werden kann.

Als Eingangsdaten werden bei der multidimensionalen Skalierung (Un)ähnlichkeiten zwischen den betrachteten Objekten verwendet, daher

<sup>13</sup> Talcott P a r s o n s, "Das System moderner Gesellschaften," (Weinheim, 1985), S. 20-29.

<sup>14</sup> Bei Vier-Felder-Tabellen (in diesem Beispiel gibt es zu jedem anderen Berufsbereich einen Zustrom und einen Abstrom, sowie die Berufskonstanz) entspricht der Phi-Koeffizient dem Produktmomentkorrelationskoeffizient.

<sup>15</sup> Vgl. Heinrich B e s t (1990), S. 111.

auch die von Best vorgenommenen Umrechnungen zum Dissimilaritätsindex bzw. zum Phi-Koeffizienten. Diese (Un)-ähnlichkeiten werden derart in Distanzen umgerechnet, daß im (zweidimensionalen) Darstellungsraum die in den Daten vorhandenen Disparitäten optimal wiedergegeben werden. Ist die Anpassung von Distanzen an Disparitäten vollständig, ist der Streßwert, als Maßzahl zur Messung der Güte der Anpassung, Null.

Ebenso wie es verschiedene Möglichkeiten zur Berechnung des Streßwertes gibt und verschiedene Ähnlichkeitsmaße verwendet werden können, gibt es verschiedene Möglichkeiten zur Berechnung der Distanzen im Darstellungsraum. Auch wenn in der Regel die euklidische Metrik verwendet wird, so ist dies keinesfalls zwingend. Da die Ergebnisse mit den unterschiedlichen Berechnungsgrundlagen variieren, sind Begründungen für die eine oder andere Metrik und für das verwendete Ähnlichkeitsmaß oft willkürlich. Diese Beliebigkeit in der Wahl von Distanz- und Ähnlichkeitsmaßen gibt es bei der von uns verwendeten Korrespondenzanalyse nicht, hier ist die Metrik vorgegeben und kann nicht verändert werden<sup>16</sup>. Als Eingabedaten werden in der Regel Kontingenztabellen benutzt<sup>17</sup>. Die Zeilen und Spalten dieser Tabellen werden als Vektoren aufgefaßt und in einen niederdimensionalen Raum projiziert, in dem die euklidische Metrik angenommen werden kann.

### 3. Zur Korrespondenzanalyse

Bei der Korrespondenzanalyse handelt es sich primär um ein Verfahren zur simultanen graphischen Darstellung von Zeilen und Spalten einer oder mehrerer Kontingenztabellen. Ähnlich wie bei der Hauptkomponentenanalyse, der multidimensionalen Skalierung oder der Clusteranalyse handelt es sich um ein Datenreduktionsverfahren: Vorhandene Informationen sollen durch möglichst wenige, orthogonale Faktoren (Dimensionen) abgebildet werden. Analog zur Hauptkomponentenanalyse werden die Achsen sukzes-

<sup>16</sup> Es sei angemerkt, daß es verschiedene Algorithmen zur Berechnung gibt, die unter dem Namen "Korrespondenzanalyse" verwendet werden. Es handelt sich hierbei um verwandte Verfahren wie das "optimal scaling", das "reciprocal averaging" oder das "Biphot-Verfahren". Wir beziehen uns in unserer Darstellung auf die Arbeit von Michael Greenacre, "Theory and Applications of Correspondence Analysis," (London, 1984).

<sup>17</sup> Es ist jedoch keinesfalls zwingend, nominal- oder ordinalskalierte Daten als Eingangsmaterial zu verwenden. Es können auch metrisch skalierte Variablen benutzt werden. So z.B. von Jens Dangschat und Jörg Blasius, "Social and Spatial Disparities in Warsaw in 1978. An Application of Correspondence Analysis to a Socialistic City," in: Urban Studies 24 (1987), S. 173-191.

sive derart eingeführt, daß die Summe der quadrierten Abstände der Vektorendpunkte zu den Achsen jeweils minimal ist.

Die Korrespondenzanalyse wurde Anfang der 60er Jahre in Frankreich entwickelt<sup>18</sup> und kann auf Hirschfeld (1935)<sup>19</sup> zurückgeführt werden. Jener gab als erster eine algebraische Formulierung der Korrelation von Zeilen und Spalten einer Kontingenztafel. Die Korrespondenzanalyse gilt in Frankreich als sozialwissenschaftliche Standardmethode: So verwendete sie z.B. Bourdieu schon 1979 in seinem Buch "La Distinction"<sup>20</sup>. In seinem empirischen Teil beschreibt Bourdieu mit Hilfe der Korrespondenzanalyse "Feine Unterschiede" innerhalb dreier von ihm differenzierter Klassen (Oberschicht, Mittelschicht, Arbeiterklasse) der Gesellschaft.

Blasius (1987)<sup>21</sup> verwendete die Korrespondenzanalyse zur Beschreibung der ersten Mitgliedschaft in sechs verschiedenen Organisationen zwischen 1933 und 1942 (NSDAP, SS, SA, NSDStP, andere, keine Mitgliedschaft). Als beschreibende Merkmale benutzte er die Variablen "Alter" (kategorisiert), "Beruf des Vaters", "Geschlecht", "Studienfach", "Erhalt des ersten Darlehens" (1933-38, 1939-42) sowie "Heimatland des Vaters" (Deutscher, Ausländer). Best (1989)<sup>22</sup> verwendete das Verfahren zur Beschreibung von Strukturproblemen des deutschen Parlaments zwischen 1867 und 1933. Hierbei beschrieb er die politischen Konfliktgruppen zu verschiedenen Zeitpunkten innerhalb der genannten Zeitspanne. Als beschreibende Variablen benutzte er den Adelstitel, den Beruf, die Herkunftsregion und die Konfession der Abgeordneten. Dangschat und Blasius (1987)<sup>23</sup> verwendeten das Verfahren zur Beschreibung von räumlichen und sozialstrukturellen Ungleichheiten in Warschau. Mit Hilfe des Zensusdatensatzes von 1978 beschrieben sie die Stadtteile der polnischen Hauptstadt anhand von Variablen zum Gebäude-

<sup>18</sup> Jean-Paul B e n z é c r i, "Cours de Linguistique Mathématique". Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris (Paris, 1964), Brigitte E s c o f i e r - C o d i e r, "L'Analyse de Correspondance," (Rennes, 1965).

<sup>19</sup> H. O. H i r s c h f e l d, "A Connection Between Correlation and Contingency," in: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 31 (1935), S. 520-524.

<sup>20</sup> Pierre B o u r d i e u, "La Distinction. Critique Social du Jugement," (Paris, 1979).

<sup>21</sup> Jörg B l a s i u s, "Korrespondenzanalyse - Ein multivariates Verfahren zur Analyse qualitativer Daten," in: Historical Social Research - Historische Sozialforschung 42/43 (1987), S. 172-189.

<sup>22</sup> Heinrich B e s t, "Mandat ohne Macht. Strukturprobleme des deutschen Parlamentarismus 1867-1933," erscheint in: Heinrich B e s t, Hrsg., Politik und Milieu. Wahl- und Elitenforschung im historischen und interkulturellen Vergleich, (St.Katharinen, 1989).

<sup>23</sup> Jens D a n g s c h a t und Jörg B l a s i u s (1987).

alter (kategorisiert), dem Bauträger, der Schulbildung, der Haushaltsgröße und dem Alter der Bewohner (kategorisiert). Dabei konnten u.a. Stadtteile benannt und mit Hilfe sozialstruktureller Merkmale beschrieben werden, in denen Personen mit höherer Schulbildung und in denen Personen mit einfacher Schulbildung überdurchschnittlich häufig (selten) lebten. Weitere Anwendungsbeispiele sowie ausführliche Darstellungen des Verfahrens sind den Lehrbüchern von Greenacre (1984) und Lebart et al. (1984) zu entnehmen<sup>24</sup>.

Wir haben die Korrespondenzanalyse verwendet, um intragenerationale und intergenerationale Mobilität innerhalb einer Analyse zu untersuchen. Als Eingabeinformation verwenden wir zwei Kreuztabellen: Die erste (N=657) besteht aus der Kreuztabellierung von "Hauptberuf 1848/49" mit "Beruf des Vaters", die zweite (N=750) aus "Hauptberuf 1848/49" mit "Erstberuf". Beide Tabellen wurden untereinander geschrieben und bilden das Eingangsmaterial der Korrespondenzanalyse (vgl. Matrix INPUT DATA). Die Berechnungen wurden mit KORRES durchgeführt, einem von Blasius und Rohlinger (1988)<sup>25</sup> in der matrixorientierten Sprache SAS - PROC MATRIX geschriebenen Programm. Mit KORRES ist es möglich, alle Zwischenschritte zur Erlangung des Ergebnisses zu erhalten. Wir geben hier im Text jedoch nur die wichtigsten an und verweisen für die statistischen Grundlagen auf den Anhang<sup>26</sup>.

#### 4. Ergebnisse

Eine erste generelle Inspektion der Daten liefert uns die Chi-Quadrat-Statistik (siehe Matrix CELLIN). In der Matrix CELLIN sind die quadrierten Abstände der empirischen von den erwarteten Werten, dividiert durch den jeweiligen Erwartungswert, angegeben. Die Summe aller Werte ist der Chi-Quadrat-Wert. Dieser wird, nach Division durch das Gesamt-N der Eingabe-

<sup>24</sup> Michael Greenacre (1984); Ludovic Lebart, Alain Morineau, Kenneth M. Warwick, "Multivariate Descriptive Statistical Analysis. Correspondence Analysis and Related Techniques for Large Matrixes," (New York, 1984).

<sup>25</sup> Jörg Blasius und Harald Rohlinger, "KORRES - Ein multivariates Programm zur Auswertung von zweidimensionalen Kontingenztabellen," in: Frank Faulbaum und Hans-Martin Uehlinger, Hrsg., "Fortschritte der Statistik-Software 1, (Stuttgart, 1988), S. 387-397.

<sup>26</sup> Die Korrespondenzanalyse ist inzwischen auch in den großen Statistikpaketen integriert.



## INPUT DATA

A	HJUSTTZ	HVERWLTG	HBILDUNG	HMLIT	HKLERUS	HUNTERNH	HGUTSBES	HADVOKAT	HFREIBF	HKLEINB
VJUSTTZ	22.00	15.00	12.00	0.00	0.00	1.00	4.00	15.00	1.00	0.00
VVERWLTG	27.00	34.00	20.00	4.00	4.00	2.00	8.00	24.00	5.00	0.00
VBILDUNG	6.00	16.00	9.00	2.00	7.00	1.00	0.00	6.00	8.00	0.00
VMLIT	8.00	8.00	1.00	3.00	0.00	0.00	1.00	3.00	2.00	0.00
VKLERUS	8.00	6.00	13.00	0.00	3.00	1.00	4.00	6.00	5.00	0.00
VUNTERNH	15.00	9.00	13.00	2.00	3.00	31.00	1.00	7.00	9.00	2.00
VGUTSBES	11.00	12.00	6.00	3.00	1.00	4.00	35.00	5.00	5.00	0.00
VADVOKAT	4.00	10.00	2.00	0.00	0.00	1.00	2.00	10.00	2.00	0.00
VFREIBF	5.00	6.00	8.00	0.00	2.00	3.00	0.00	8.00	8.00	0.00
VKLEINB	13.00	14.00	28.00	1.00	5.00	12.00	5.00	20.00	19.00	7.00
EJUSTTZ	117.00	83.00	19.00	0.00	1.00	6.00	17.00	76.00	6.00	0.00
EVERWLTG	11.00	37.00	6.00	0.00	0.00	1.00	7.00	7.00	6.00	0.00
EBILDUNG	4.00	3.00	67.00	1.00	4.00	0.00	3.00	5.00	13.00	0.00
EMILIT	0.00	5.00	1.00	16.00	0.00	2.00	8.00	1.00	0.00	0.00
EKLERUS	0.00	1.00	11.00	0.00	26.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
EUNTERNH	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	14.00	0.00	0.00	0.00	1.00
EGUTSBES	0.00	4.00	0.00	0.00	0.00	0.00	19.00	1.00	0.00	0.00
EADVOKAT	8.00	2.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	22.00	1.00	0.00
EFREIBF	0.00	7.00	20.00	0.00	4.00	4.00	1.00	0.00	37.00	0.00
EKLEINB	0.00	1.00	1.00	1.00	0.00	19.00	0.00	0.00	3.00	6.00

VJUSTTZ	Beruf des Vaters: Justiz	EJUSTTZ	Erstberuf: Justiz	HJUSTTZ	Hauptberuf 1848/49: Justiz
VVERWLTG	Beruf des Vaters: Verwaltung	EVERWLTG	Erstberuf: Verwaltung	HVERWLTG	Hauptberuf 1848/49: Verwaltung
VBILDUNG	Beruf des Vaters: Bildungsbereich	EBILDUNG	Erstberuf: Bildungsbereich	HBILDUNG	Hauptberuf 1848/49: Bildungsbereich
VMLIT	Beruf des Vaters: Militär	EMILIT	Erstberuf: Militär	MLIT	Hauptberuf 1848/49: Militär
VKLERUS	Beruf des Vaters: Klerus	EKLERUS	Erstberuf: Klerus	HKLERUS	Hauptberuf 1848/49: Klerus
VUNTERNH	Beruf des Vaters: Unternehmer	EUNTERNH	Erstberuf: Unternehmer	HUNTERNH	Hauptberuf 1848/49: Unternehmer
VGUTSBES	Beruf des Vaters: Gutsbesitzer	EGUTSBES	Erstberuf: Gutsbesitzer	HGUTSBES	Hauptberuf 1848/49: Gutsbesitzer
VADVOKAT	Beruf des Vaters: Advokat	EADVOKAT	Erstberuf: Advokat	HADVOKAT	Hauptberuf 1848/49: Advokat
VFREIBF	Beruf des Vaters: freie Berufe	EFREIBF	Erstberuf: freie Berufe	HFREIBF	Hauptberuf 1848/49: freie Berufe
VKLEINB	Beruf des Vaters: Kleinbürger	EKLEINB	Erstberuf: Kleinbürger	HKLEINB	Hauptberuf 1848/49: Kleinbürger

## INERTIA IN EACH CELL

CELLIN	HJUSTIZ	INVERWLTG	IBILDUNG	HNILIT	IKLERUS	HUNTERNH	HGUTSBES	HAADVOKAT	HFREIBF	IKLEINB
VJUSTIZ	7.00	0.24	0.02	1.60	2.91	3.15	0.44	1.91	4.46	0.78
VVERWLTG	0.68	3.97	0.06	0.39	0.33	5.48	0.47	1.18	3.69	1.42
VBILDUNG	1.54	3.02	0.00	0.44	9.73	2.14	4.38	0.62	1.88	0.61
VMILIT	2.35	1.94	2.52	9.74	1.08	1.84	0.55	0.21	0.05	0.29
VKLERUS	0.01	0.84	3.87	1.05	0.62	1.56	0.03	0.12	0.18	0.51
VUNTERNH	0.15	4.05	0.31	0.00	0.18	92.38	5.46	3.37	0.06	0.94
VGUTSBES	0.96	0.79	4.18	0.68	1.70	0.55	124.11	4.35	0.77	0.91
VADVOKAT	0.45	2.92	1.89	0.71	1.29	0.65	0.09	6.12	0.22	0.34
VFREIBF	0.67	0.32	0.30	0.91	0.07	0.01	3.19	0.66	5.37	0.44
VKLEINB	3.90	3.80	2.80	1.19	0.00	1.20	2.41	0.10	5.50	23.04
EJUSTIZ	58.45	7.56	22.31	7.43	11.58	12.53	3.05	15.10	18.49	3.60
EVERWLTG	0.46	36.73	3.27	1.71	3.12	3.49	0.18	1.62	0.08	0.83
EBILDUNG	10.89	13.38	154.84	0.72	0.01	7.06	3.09	6.69	1.77	1.11
EMILIT	5.94	0.25	3.62	308.21	1.37	0.05	10.98	3.16	2.97	0.37
EKLERUS	7.02	5.51	3.25	0.89	366.78	2.75	3.11	4.03	3.51	0.43
EUNTERNH	1.23	3.02	2.64	0.37	0.66	146.55	1.27	2.40	1.44	3.82
EGUTSBES	4.32	0.06	3.96	0.55	1.00	1.70	152.78	1.88	2.16	0.27
EADVOKAT	0.58	3.05	3.78	0.78	1.41	2.40	2.71	55.84	1.39	0.38
EFREIBF	13.14	3.35	5.28	1.67	0.31	0.26	3.99	10.97	140.88	0.81
EKLEINB	5.58	4.03	3.31	0.12	1.29	129.05	2.47	4.66	0.02	93.15

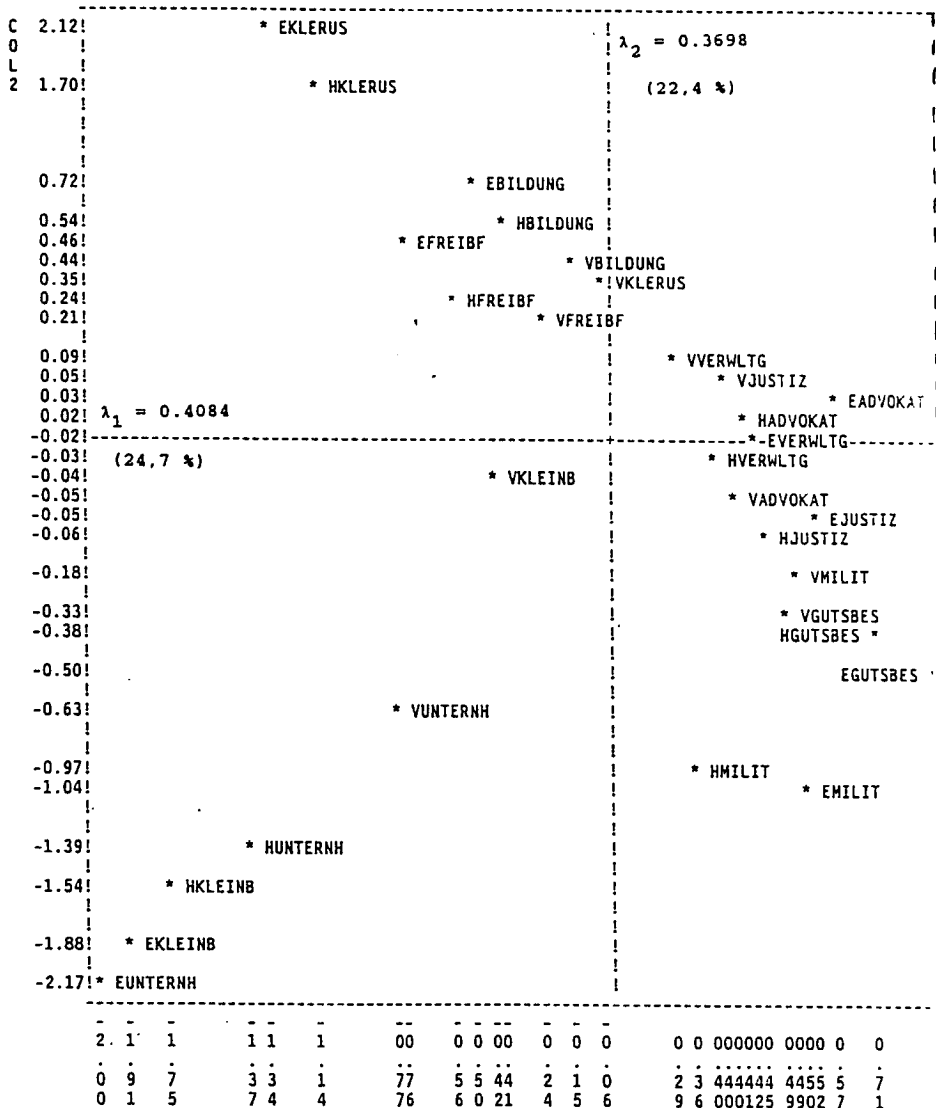
daten ( $N=1407$ ), als "Gesamtträgheit" (total inertia) bezeichnet. Die "Gesamtträgheit" ist identisch mit der Summe der Eigenwerte; letztere ergeben sich zusammen mit den dazugehörigen Eigenvektoren bei der "Zerlegung" einer Matrix, in der alle Informationen der Eingabedaten enthalten sind (vgl. Anhang).

Die höchsten Werte der Matrix CELLIN, also die größten (quadrierten und durch die jeweiligen Erwartungswerte dividierten) Abweichungen von empirischen und erwarteten Werten, stehen in der Hauptdiagonale der Kreuztabelle "Erstberuf" mit "Hauptberuf 1848/49". Somit hat die Berufskonstanz einen starken Einfluß auf den ausgeübten Hauptberuf. Wesentlich niedriger - aber in den meisten Fällen deutlich von Null verschieden - sind die Werte in der Hauptdiagonale von "Beruf des Vaters" mit "Hauptberuf 1848/49". Werden die beiden Mobilitätsarten miteinander verglichen, so hat die Berufsstabilität einen wesentlich stärkeren Einfluß auf den Hauptberuf 1848/49 als die Berufsvererbung.

Wie bereits erwähnt, wird der Darstellungsraum durch orthogonale Vektoren beschrieben. Anhand der zu jedem dieser Eigenvektoren gehörenden Eigenwerte können die erklärten Varianzen der einzelnen Faktoren bestimmt werden. Dabei erklärt die erste Achse 24,7% der Gesamtvariation, die zweite weitere 22,4% (vgl. EVAR). Somit werden durch die ersten beiden Achsen (lediglich) 47,1% der Gesamtvariation des Modells erklärt. Dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, daß weitere relevante Dimensionen bestehen und beschrieben werden müssen.

EIGENVALUES		EXPLAINED VARIANCE	
LAMBOA	COL1	EVAR	COL1
1.AXIS	0.4084	1.AXIS	24.73
2.AXIS	0.3698	2.AXIS	22.40
3.AXIS	0.2969	3.AXIS	17.98
4.AXIS	0.2079	4.AXIS	12.59
5.AXIS	0.1758	5.AXIS	10.65
6.AXIS	0.0863	6.AXIS	5.23
7.AXIS	0.0497	7.AXIS	3.01
8.AXIS	0.0373	8.AXIS	2.26
9.AXIS	0.0191	9.AXIS	1.16
10.AXIS	-0.0000	10.AXIS	-0.00

## MODIFIED RANK PLOT OF COL2 BY COL1



COL1

Die geometrische Lage von Zeilen- und Spaltenvariablen der Ausgangstabelle ist für die ersten beiden Achsen in der nachfolgenden Abbildung dargestellt. Um eine übersichtliche graphische Darstellung zu erhalten, wurde ein (modifizierter) Rank-Plot<sup>27</sup> verwendet; die exakte Lage von Zeilen- und Spaltenvariablen ist an den Achsen angegeben.

Im linken oberen Quadranten ist ein Cluster<sup>28</sup> zu erkennen, dem die Ausprägungen der "Freien Berufe" (EFREIBF, HFREIBF, VFREIBF) und der "Bildungsberufe" (EBILDUNG, HBILDUNG, VBILDUNG) zuzurechnen sind. Ebenfalls zu diesem Cluster können die drei Kategorien des "Klerus" (EKLERUS, HKLERUS, VKLERUS) gezählt werden. Da zur Zeit der Frankfurter Nationalversammlung dem Klerus die Kontrolle der Bildung oblag und die freien Berufe insbesondere Journalisten, Publizisten, Künstler und Literaten umfaßte, entsprechen diesem Cluster jene Gruppen, deren gesellschaftliche Funktion Parsons (1985)<sup>29</sup> als "pattern maintenance" bezeichnete.

Im linken unteren Quadranten befinden sich die sechs Ausprägungen der "Unternehmer" (EUNTERNH, HUNTERNH, VUNTERNH) und der "Kleinbürger" (EKLEINB, HKLEINB, VKLEINB). Jene bilden das Cluster, welches nach Parsons dem wirtschaftlichen Subsystem entspricht, dessen Gruppenmitglieder durch Anpassung (adaption) gekennzeichnet sind. Auch die Berufsgruppen der beiden anderen Parsonsschen Systeme clustern in der graphischen Darstellung. So sind die neun Kategorien, die zum System der gesellschaftlichen Gemeinschaft gehören und deren Hauptfunktion die soziale Kontrolle ist (integration) (-VERWLTG, -ADVOKAT, -JUSTIZ), im positiven Bereich der ersten Achse lokalisiert. Die sechs Kategorien der traditionellen Führungsgruppen (-GUTSBES, -MILIT) befinden sich im rechten

<sup>27</sup> Mit der SAS Prozedur PROC IDPLOT (vgl. Warren F. Kuhfeld, "Metric and Nonmetric Plotting Models," in: Psychometrika 51 (1986), S. 155-161) ist es möglich, Variablen kreuzweise zu plotten. Als Labels für die Variablen sind bei KORRES acht Stellen vorgesehen. Da es bei einer metrischen Ausgabe des Plots zu einer Überschreibung der Labels kommt, haben wir uns für die Ausgabe in Form eines (modifizierten) Rank-Plots entschieden.

<sup>28</sup> Für die Zuordnung eines Objektes zu einem Cluster ist bei der Korrespondenzanalyse der Winkel zu dem Achsenkreuz entscheidend, weniger die räumliche Nähe zwischen den Objekten. Hier ist ein wichtiger Unterschied in der Interpretation zwischen auf Vektoren basierenden Modellen (z.B. der Hauptkomponentenanalyse, der Korrespondenzanalyse) und auf Distanzen basierenden Modellen (z.B. der multidimensionalen Skalierung, der Clusteranalyse).

<sup>29</sup> Talcott Parsons (1985), S. 20-29.

unteren Quadranten. In allen Fällen dürfte der Einfluß der Berufsvererbung geringer als der der Berufsstabilität sein. Graphisch läßt sich dies daran erkennen, daß die jeweils gleiche Kategorie vom "Beruf des Vaters" näher beim Achsenkreuz liegt als die vom "Erstberuf"<sup>30</sup>. Auf die Zusammenführung beider Mobilitätsarten und deren direkten Vergleich mußte Best bei Verwendung der multidimensionalen Skalierung verzichten.

Die Interpretationsmöglichkeiten der Korrespondenzanalyse sind jedoch nicht auf die graphische Ausgabe beschränkt, sondern es gibt auch eine numerische Darstellung. Wir haben die ersten acht der neun existierenden Achsen<sup>31</sup> in die von uns als GENERAL STATISTIC bezeichnete numerische Ausgabe aufgenommen.

In den Spalten QCOR1 bis QCOR8 sind die (quadrierten) Korrelationen - diese sind analog interpretierbar zu den (quadrierten) Ladungen bei der Hauptkomponentenanalyse - mit den ersten acht Achsen dargestellt. Die zeilenweisen Summen der quadrierten Korrelationen der berücksichtigten Faktoren sind in der Spalte SQCOR dargestellt. Die Komponenten von SQCOR sind den Kommunalitäten der Hauptkomponentenanalyse vergleichbar. In den Spalten LOC1 bis LOC8 ist dargestellt, auf welcher Seite und wie weit die einzelnen Variablenausprägungen vom Achsenkreuz (dem Nullpunkt) entfernt sind.

In den Spalten INR1 bis INR8 (inertia, Trägheitsgewicht) ist dargestellt, wie stark die Achsen durch die einzelnen Variablenausprägungen determiniert werden. Ihre Summen sind für Spalten- und Zeilenvariablen getrennt auf Eins normiert. Während mit den Koeffizienten QCOR1 bis QCOR8 beschrieben wird, welcher Anteil der Varianz der einzelnen Variablenausprägungen (sowohl der Zeilen- wie auch der Spaltenvariablen) durch die einzelnen Achsen determiniert wird, gilt bei den Koeffizienten INR1 bis INR8 die umgekehrte Logik. Hier wird die erklärte Varianz der Achsen durch die Variablenausprägungen angegeben. Die zeilenweisen Summen dieser Werte sind - gewichtet mit den Erklärungsanteilen der einzelnen Achsen, den Eigenwerten - in der Spalte INR aufgeführt<sup>32</sup>. In dieser Spalte ist abzulesen,

<sup>30</sup> Mit Hilfe der Korrespondenzanalyse kann neben der erklärten Varianz der Variablen(ausprägungen) durch die einzelnen Achsen auch die erklärte Varianz der Achsen durch die einzelnen Variablen(ausprägungen) - diese wird als Trägheitsgewicht (inertia) bezeichnet - angegeben werden. In die Berechnung dieser Trägheitsgewichte geht die (quadrierte) Distanz der Projektion der Objekte auf die Achsen zum Achsenkreuz ein (vgl. Anhang).

<sup>31</sup> Aufgrund der verwendeten Metrik existiert immer eine Dimension weniger, als es dem Minimum von Zeilen/ Spalten entspricht (vgl. Anhang).

<sup>32</sup> Berechnungsgrundlage für INR sind alle Achsen des (n-1)-dimensionalen Raumes.

wie stark die geometrische Ausrichtung des Gesamtmodells - wiederum getrennt für Zeilen und Spalten - von den unterschiedlichen Ausprägungen der Berufsvariablen determiniert wird. In der Spalte MASS ist die relative Häufigkeit der Variablenausprägungen aufgeführt, wiederum getrennt für Zeilen und Spalten auf Eins normiert. Die wichtigsten Interpretationshilfen sind die quadrierten Korrelationen der Variablenausprägungen mit den Achsen (QCOR1 bis QCOR8), da hier abzulesen ist, welche Variablenausprägungen auf welcher Achse wie stark laden.

Wählen wir als "Schwellenwert" für die Zuordnung einer Variablenausprägung zu einer Achse .25 (d.h. 25% ihrer Gesamtvarianz werden durch die jeweilige Achse determiniert; bei der Hauptkomponentenanalyse wäre die analoge Faktorladung .50), so laden auf der ersten Achse im positiven Bereich - die Vorzeichen sind der Spalte LOC1 zu entnehmen - die Variablenausprägungen "Hauptberuf Justiz", "Hauptberuf Verwaltung" und "Hauptberuf Advokaten". Auf dem negativen Abschnitt dieser Achse laden die Variablenausprägungen "Hauptberuf Unternehmer" und "Hauptberuf Kleinbürgerlicher". Inhaltlich bedeutet dies, daß es einen hohen positiven Zusammenhang bezüglich inter- und intragenerationaler Mobilität zwischen den Hauptberufen "Justiz", "Verwaltung" und "Advokaten" gibt, ebenso wie zwischen den Berufsbereichen "Unternehmer" und "Kleinbürgerliche". Dementgegen sind die Mobilitätsraten zwischen diesen Gruppierungen sehr gering.

Von den Kategorien beim "Beruf des Vaters" laden auf dem positiven Abschnitt der ersten Achse "Justiz", "Verwaltung", "Militär" und "Advokat", auf dem negativen Abschnitt "Unternehmer" und "Kleinbürgerlicher". Bei den "Anfangsberufen" laden die Kategorien "Justiz" und "Verwaltung" auf dem positiven Abschnitt der ersten Achse, die des "Unternehmers" und des "Kleinbürgers" auf dem negativen Abschnitt. Entsprechend den Parsonsen Subsystemen kann die erste Achse als Gegensatz von "adaption" und "integration" interpretiert werden. Es gibt sowohl eine hohe Berufskonsistenz als eine hohe intergenerationale Mobilität zwischen den Berufsbereichen "Justiz", "Verwaltung" und "Advokaten" auf der einen und "Kleinbürgerlichen" und "Unternehmern" auf der anderen Seite. Während Berufswechsel vom Vater zum Sohn innerhalb der zwei Gruppierungen überdurchschnittlich häufig vorkommen, gibt es zwischen den beiden Gruppierungen nur wenige bzw. gar keine. Ebenso ist eine hohe Berufsstabilität und eine hohe intragenerationale Mobilität innerhalb, wiederum aber nicht zwischen den Berufen des Rechtssystems und den Berufen des wirtschaftlichen Subsystems zu verzeichnen. Eine Ausnahme ist der "Erstberuf: Advokat", der sich nicht in den Gegensatz von "adaption" und "integration" eingliedern läßt,- auch wenn

## GENERAL STATISTIC

GENSTAT	MASS	SQCOR	INR	LOC1	QCOR1	INR1	LOC2	QCOR2	INR2	LOC3	QCOR3	INR3	LOC4	QCOR4	INR4
HJUSTIZ	0.180	0.885	0.053	0.445	0.411	0.087	-0.064	0.009	0.002	-0.398	0.329	0.096	-0.207	0.089	0.037
HVERNLTG	0.189	0.957	0.041	0.396	0.433	0.073	-0.025	0.002	0.000	-0.132	0.048	0.011	-0.083	0.019	0.006
HBUILDUNG	0.165	0.999	0.093	-0.410	0.180	0.068	0.536	0.308	0.128	0.066	0.005	0.002	-0.502	0.270	0.000
HNILIT	0.023	1.000	0.142	0.357	0.012	0.007	-0.966	0.091	0.058	2.342	0.534	0.422	-0.195	0.004	0.004
HKLERUS	0.042	1.000	0.170	-1.141	0.193	0.132	1.703	0.429	0.326	0.691	0.071	0.067	-1.407	0.293	0.395
HUNTERHH	0.071	0.998	0.174	-1.366	0.459	0.323	-1.392	0.476	0.370	-0.201	0.010	0.010	-0.317	0.025	0.034
HGUTSBS	0.080	1.000	0.136	0.707	0.177	0.097	-0.378	0.051	0.031	1.059	0.397	0.301	0.148	0.008	0.008
HADVOKAT	0.150	0.961	0.052	0.408	0.289	0.061	0.219	0.001	0.000	-0.415	0.299	0.087	-0.180	0.057	0.024
HFREIBF	0.090	0.997	0.082	-0.555	0.205	0.068	0.243	0.039	0.014	-0.008	0.000	0.000	0.816	0.444	0.288
HKLEINB	0.011	0.983	0.056	-1.749	0.365	0.083	-1.539	0.283	0.071	-0.308	0.011	0.004	-0.236	0.007	0.003
VJUSTIZ	0.048	0.977	0.009	0.399	0.495	0.019	0.053	0.009	0.000	-0.319	0.316	0.017	-0.044	0.006	0.000
VVERNLTG	0.089	0.959	0.007	0.295	0.628	0.019	0.089	0.058	0.002	-0.053	0.021	0.001	-0.077	0.043	0.003
VBUILDUNG	0.038	0.967	0.010	-0.151	0.052	0.002	0.439	0.436	0.020	0.095	0.020	0.001	-0.126	0.036	0.003
VNILIT	0.018	0.948	0.009	0.494	0.309	0.011	-0.184	0.043	0.002	0.187	0.044	0.002	-0.098	0.012	0.001
VKLERUS	0.032	0.985	0.004	-0.057	0.017	0.000	0.352	0.647	0.011	0.018	0.002	0.000	0.163	0.139	0.004
VUNTERHH	0.064	1.000	0.045	-0.767	0.506	0.092	-0.631	0.343	0.069	-0.166	0.024	0.006	-0.143	0.018	0.006
VGUTSBS	0.057	0.996	0.058	0.490	0.141	0.033	-0.331	0.064	0.017	0.812	0.389	0.126	0.129	0.010	0.005
VADVOKAT	0.021	0.639	0.006	0.401	0.339	0.008	-0.048	0.005	0.000	-0.298	0.187	0.006	-0.060	0.008	0.000
VFREIBF	0.028	0.959	0.005	-0.244	0.199	0.004	0.211	0.150	0.003	-0.223	0.167	0.005	0.209	0.146	0.006
VKLEINB	0.086	0.994	0.018	-0.416	0.489	0.036	-0.040	0.004	0.000	-0.105	0.031	0.003	0.179	0.091	0.013
EJUSTIZ	0.225	0.969	0.067	0.518	0.544	0.148	-0.048	0.005	0.001	-0.398	0.321	0.120	-0.210	0.090	0.048
EVERNLTG	0.052	0.896	0.022	0.422	0.259	0.023	-0.019	0.001	0.000	-0.113	0.019	0.002	0.059	0.005	0.001
EBUILDUNG	0.069	0.999	0.084	-0.497	0.124	0.042	0.716	0.257	0.096	0.157	0.012	0.006	0.809	0.328	0.218
ENILIT	0.023	1.000	0.141	0.503	0.025	0.014	-1.038	0.106	0.067	2.476	0.601	0.472	-0.177	0.003	0.003
EKLERUS	0.027	1.000	0.167	-1.339	0.176	0.119	2.115	0.439	0.327	0.854	0.072	0.066	-1.761	0.304	0.403
EUNTERHH	0.011	0.991	0.069	-1.998	0.391	0.108	-2.167	0.460	0.141	-0.404	0.016	0.006	-0.669	0.044	0.024
EGUTSBS	0.017	0.998	0.071	1.006	0.144	0.041	-0.498	0.035	0.011	1.467	0.306	0.120	0.210	0.006	0.004
EADVOKAT	0.024	0.944	0.030	0.569	0.152	0.019	0.031	0.000	0.000	-0.676	0.215	0.036	-0.289	0.039	0.009
EFREIBF	0.051	0.996	0.076	-0.756	0.231	0.071	0.460	0.085	0.029	0.078	0.002	0.001	0.989	0.395	0.238
EKLEINB	0.021	0.997	0.102	-1.907	0.463	0.191	-1.878	0.449	0.205	-0.202	0.005	0.003	-0.338	0.015	0.012



## GENERAL STATISTIC - CONTINUE

GENSTAT	LOC5	QCOR5	INR5	LOC6	QCOR6	INR6	LOC7	QCOR7	INR7	LOC8	QCOR8	INR8
HJUSTIZ	0.075	0.012	0.006	-0.056	0.006	0.006	0.070	0.010	0.018	-0.095	0.019	0.043
HVERWLTG	0.050	0.007	0.003	0.234	0.151	0.120	0.282	0.220	0.303	0.168	0.078	0.142
HBILDUNG	0.084	0.008	0.007	-0.450	0.217	0.387	0.105	0.012	0.037	0.025	0.001	0.003
HMTLIT	1.919	0.358	0.479	-0.012	0.000	0.000	-0.092	0.001	0.004	-0.025	0.000	0.000
HKLERUS	-0.227	0.008	0.012	0.213	0.007	0.022	-0.052	0.000	0.002	-0.017	0.000	0.000
HUNTERHH	-0.168	0.007	0.011	-0.060	0.001	0.003	0.135	0.004	0.026	-0.253	0.016	0.121
HGUTSBES	-1.012	0.363	0.464	-0.071	0.002	0.005	-0.087	0.003	0.012	-0.025	0.000	0.001
HADVOKAT	0.132	0.030	0.015	-0.100	0.017	0.017	-0.390	0.264	0.461	-0.040	0.003	0.006
HFREIBF	0.042	0.001	0.001	0.647	0.279	0.436	-0.180	0.022	0.059	-0.091	0.006	0.020
HKLEINB	-0.220	0.006	0.003	-0.173	0.004	0.004	-0.596	0.042	0.079	1.492	0.266	0.662
VJUSTIZ	0.042	0.005	0.000	-0.210	0.137	0.025	0.049	0.008	0.002	-0.023	0.002	0.001
VVERWLTG	0.133	0.128	0.009	-0.043	0.013	0.002	0.080	0.047	0.012	0.055	0.022	0.007
VBILDUNG	0.226	0.116	0.011	0.330	0.247	0.048	0.137	0.042	0.014	0.090	0.018	0.008
VMTLIT	0.579	0.424	0.034	0.244	0.075	0.012	0.177	0.039	0.011	0.041	0.002	0.001
VKLERUS	-0.099	0.051	0.002	-0.145	0.110	0.008	0.000	0.000	0.000	-0.059	0.018	0.003
VUNTERHH	0.012	0.000	0.000	-0.042	0.001	0.001	0.154	0.020	0.030	-0.319	0.088	0.174
VGUTSBES	-0.807	0.385	0.211	-0.013	0.000	0.000	-0.050	0.001	0.003	-0.096	0.005	0.014
VADVOKAT	0.014	0.000	0.000	0.143	0.043	0.005	-0.144	0.044	0.009	0.077	0.013	0.003
VFREIBF	0.106	0.038	0.002	0.182	0.111	0.011	-0.155	0.081	0.013	-0.143	0.068	0.015
VKLEINB	-0.007	0.000	0.000	-0.027	0.002	0.001	-0.245	0.170	0.104	0.270	0.206	0.168
EJUSTIZ	0.047	0.004	0.003	-0.008	0.000	0.000	0.029	0.002	0.004	-0.036	0.003	0.008
EVERWLTG	-0.092	0.012	0.002	0.361	0.190	0.079	0.451	0.297	0.213	0.280	0.114	0.109
EBILDUNG	0.125	0.008	0.006	-0.719	0.259	0.415	0.148	0.011	0.031	0.015	0.000	0.000
EMTLIT	1.643	0.265	0.351	-0.026	0.000	0.000	-0.105	0.001	0.005	-0.045	0.000	0.001
EKLERUS	-0.292	0.008	0.013	0.064	0.000	0.001	-0.034	0.000	0.001	-0.004	0.000	0.000
EUNTERHH	-0.372	0.014	0.009	-0.228	0.005	0.007	0.381	0.014	0.032	-0.695	0.047	0.143
EGUTSBES	-1.878	0.502	0.333	-0.072	0.001	0.001	-0.171	0.004	0.010	0.033	0.000	0.000
EADVOKAT	0.261	0.032	0.009	-0.199	0.019	0.011	-0.995	0.466	0.470	-0.208	0.020	0.027
EFREIBF	0.032	0.000	0.000	0.798	0.257	0.373	-0.144	0.008	0.021	-0.197	0.016	0.053
EKLEINB	-0.180	0.004	0.004	-0.051	0.000	0.001	-0.183	0.004	0.014	0.675	0.058	0.262

diese Variablenausprägung tendenziell auf dem positiven Abschnitt der ersten Achse lädt.

Wie bereits angemerkt, hat auch Best den Gegensatz von "adaption" und "integration" bei seiner Analyse der intergenerationalen Mobilität nachgewiesen. Ferner vermutete er ihn für die intragenerationale Mobilität, ohne dies aber mittels seiner multivariaten Analyse bestätigen zu können. Durch die Anwendung der MDS war es ihm jedoch nicht möglich anzugeben, welche (relative) Bedeutung die relativ starken Mobilitätsbewegungen innerhalb und die nicht bzw. kaum vorhandenen Mobilitätsbewegungen zwischen den beiden Subsystemen im Vergleich zu den anderen - noch zu beschreibenden - Mobilitätsströmungen haben. Mit Hilfe unserer Analyse werden durch den Gegensatz der beiden Subsysteme und durch deren gleichzeitig vorhandene hohe interne Zusammengehörigkeiten (jeweils bezogen auf die Mobilitätsbewegungen vom "Beruf des Vaters" und vom "Erstberuf" zum "Hauptberuf 1848/49") mit der ersten Achse 24,7% der Gesamtvariation erklärt.

Die zweite Achse erklärt 22,4% der Gesamtvariation des Modells. Sie kann als Gegensatz von "pattern maintenance" und "adaption" interpretiert werden. Im negativen Bereich der zweiten Achse laden auf der Ebene der Spaltenvariablen, also der "Hauptberufe 1848/49", die Berufskategorien "Unternehmer" und "Kleinbürger" und im positiven Bereich die Berufskategorien "Bildung" und "Klerus". Dies korrespondiert, mit Ausnahme bei der intergenerationalen Mobilität bei der Kategorie "Kleinbürger", mit den jeweiligen Kategorien beim "Erstberuf" und dem "Beruf des Vaters". Neben einer hohen Berufsstabilität gibt es somit auch innerhalb dieser zwei Gruppierungen eine hohe intergenerationale und eine hohe intragenerationale Mobilität, jedoch nicht zwischen ihnen. Im Gegensatz zur graphischen Darstellung fehlen die drei Kategorien der "Freien Berufe", - ihre quadrierten Korrelationen liegen unterhalb des von uns angegebenen "Schwellenwertes".

Nachdem "adaption" auch schon einen Gegensatzpol auf der ersten Achse bildete, dort zu "integration", sind die beiden genannten Berufskategorien dieses Subsystems auch für die Interpretation der zweiten Achse wichtig - hier als Gegensatz zu dem als "pattern maintenance" bezeichneten Subsystem. Da entsprechend dem Modell der Korrespondenzanalyse alle Achsen unkorreliert sind, gibt es keinen statistischen Zusammenhang zwischen den beiden Gegensätzen, zumindest nicht auf den ersten beiden Achsen. Inhaltlich bedeutet dies, daß es - zusätzlich zu einer hohen Berufsstabilität - sowohl inter- als auch intragenerationale Mobilität innerhalb des wirtschaftlichen Subsystems, des kulturellen Subsystems mit seinen Funktionen der latenten Normerhaltung der Spannungsbewältigung und des Subsystems der sozialen

Kontrolle mit seiner Funktion zur Aufrechterhaltung von Gesetzesnormen gibt. Ferner gibt es keine bzw. nur eine unterdurchschnittlich hohe intra- und intergenerationale Mobilität zwischen den Kategorien des wirtschaftlichen Subsystems und den anderen beiden Systemen. Die Mobilitätsbewegungen zwischen den Systemen der "integration" und der "pattern maintenance" können als durchschnittlich häufig angesehen werden, beide Systeme sind hinsichtlich der verwendeten Variablen unkorreliert.

Die dritte Achse erklärt 18,0% der Gesamtvariation. Hier sind als Gegensatz die Subsysteme "integration", dargestellt durch die Berufskategorien "Justiz" und "Advokaten", und des "goal attainment", dargestellt durch die Berufskategorien "Militär" und "Gutsbesitzer", nachzuweisen. Während die Berufsstabilität beim "Militär" mit quadrierten Korrelationen von über .50 (vgl. HMILIT und EMILIT in Spalte QCOR3) überdurchschnittlich hoch ist und eine hohe intergenerationalen Mobilität zum "Gutsbesitzer" sowie eine sehr geringe intergenerationalen Mobilität zum "Advokaten" bzw. in die "Justiz" vorhanden ist, ist das Ausmaß der Berufsvererbung beim "Militär" durchschnittlich. Die Söhne, deren Väter beim Militär das Offizierspatent hatten, gingen - relativ gesehen - ebenso häufig in die Justiz, die Verwaltung oder wurden Advokaten (vgl. 1. Achse, Spalte QCOR1).

Auf der vierten Achse, die 12,6% der Gesamtvariation erklärt, läßt von den Variablenausprägungen "Beruf des Vaters" keine. Einen Gegensatz in bezug auf die intragenerationale Mobilität bilden hier die Subsysteme des "pattern maintenance", dargestellt durch "Bildung" und "Freie Berufe", und des "Militärs" als Teil des "goal attainment".

Die fünfte Achse erklärt 10,7% der Gesamtvariation. Diese ist zu interpretieren als Gegensatz von "Militär" und "Gutsbesitzer", sowohl bei der inter- als auch bei der intragenerationalen Mobilität. Somit gibt es auch innerhalb des von Parsons als "goal attainment" bezeichneten Subsystems Unterschiede. Inhaltlich bedeutet dies, daß Berufsstabilität und Berufsvererbung stärker sind als die Mobilitätsbewegungen innerhalb des jeweiligen Subsystems. Gegensätze gibt es auch innerhalb der anderen Parsonsschen Subsysteme; sie sind auf der sechsten und siebten Achse abgebildet. Zum einen sind dies die Berufskategorien "Bildung" versus "Freie Berufe" und zum anderen die Berufskategorien "Verwaltung" versus "Advokaten". Insgesamt gesehen sind jedoch die Unterschiede hinsichtlich der inter- und der intragenerationalen Mobilität zwischen den Gruppierungen wesentlich bedeutsamer als innerhalb der Gruppierungen. Auf die achte Achse wird wegen ihrer geringen Varianzerklärung nicht eingegangen.

Eine weitere wichtige Hilfe zur Interpretation der Ergebnisse ist das "Trägheitsgewicht" (inertia)<sup>33</sup>. Hier ist abzulesen, wie stark der Einfluß der einzelnen Variablenausprägungen auf die geometrische Ausrichtung der Achsen ist. Somit kann mittels dieses Koeffizienten auch angegeben werden, welche Art von Mobilität einen stärkeren Einfluß auf den Darstellungsraum hat. Auf der Ebene der Spaltenvariablen, also des "Hauptberufes 1848/49", ist die Variablenausprägung "Unternehmer" mit einem Erklärungsanteil von 32,3% am dominantesten zur Bestimmung der ersten Achse (vgl. Spalte INR1). Auf der Ebene der Zeilenvariablen, also beim "Beruf des Vaters" und beim "Erstberuf", hat bei der intergenerationalen Mobilität lediglich der Beruf "Unternehmer" mit 9,2% erklärter Varianz einen relativ hohen Anteil an der Determination der geometrischen Ausrichtung der ersten Achse; bei der intragenerationalen Mobilität haben vier Variablenausprägungen einen Anteil von über 10% Erklärungskraft: es sind dies die Erstberufe in "Justiz", als "Unternehmer", beim "Klerus" und als "Kleinbürger". Werden die Trägheitsgewichte für inter- und intragenerationale Mobilität (eingeschlossen der Berufsstabilität auf seiten der intragenerationalen Mobilität und der Berufsvererbung auf seiten der intergenerationalen Mobilität) insgesamt betrachtet, so haben die "Erstberufe" einen Anteil von 77,6% an der geometrischen Ausrichtung der ersten Achse. Die "Berufe der Väter" die restlichen 22,4%<sup>34</sup>.

Ähnliches ist auch für die anderen Achsen festzustellen. So hat für die geometrische Ausrichtung der zweiten Achse beim "Beruf des Vaters" lediglich die Berufskategorie "Unternehmer" einen deutlichen Einfluß (INR2=.069). Das Verhältnis der Erklärungsanteile von intra- zu intergenerationaler Mobilität (inbegriffen auch hier Berufsstabilität und Berufsvererbung) beträgt für diese Achse 87,7:12,2.

<sup>33</sup> Das Trägheitsgewicht einer Achse wird aus dem Quadrat der Entfernung zum Nullpunkt (dem Achsenkreuz), multipliziert mit der relativen Häufigkeit der Variablenausprägung, seiner Masse (vgl. Spalte MASS) berechnet. Um zu einer vergleichenden Darstellung zu gelangen, werden Zeilen- und Spaltenträgheitsgewichte auf Eins normiert.

<sup>34</sup> Die Prozentwerte ergeben sich durch Addition der einzelnen Werte in der Spalte INR1.

## 5. Zusammenfassung

Werden die Ergebnisse insgesamt betrachtet, so gibt es zwar in nahezu allen der zehn verwendeten Kategorien eine Berufsvererbung- eine Ausnahme bildet bei den "Berufen der Väter" lediglich die Kategorie "Freie Berufe", diese konnten keiner gemeinsamen Achse mit den "Hauptberufen" der Söhne von 1848/49 eindeutig zugeordnet werden. Mittels unserer Analyse war es möglich, die schon von Best nachgewiesenen vier Parsonschen Subsysteme zu bestätigen, weiterhin konnte aber mit der Korrespondenzanalyse möglich, die "Wichtigkeit" der einzelnen Mobilitätsströme, ebenso wie Unterschiede innerhalb der Parsonschen Subsysteme differenziert werden. Ferner konnten als weiterführende Ergebnisse zum einen zusätzliche Dimensionen aufgespürt und beschrieben werden, zum anderen konnten inter- und intra-generationale Mobilität innerhalb einer einzigen Analyse beschrieben und deren Unterschiedlichkeiten angegeben werden. Hierbei wurde nachgewiesen, daß der Erstberuf einen wesentlich stärkeren Einfluß auf den Hauptberuf im Jahre 1848/49 als die Berufsvererbung hat.

Die Anwendung der Korrespondenzanalyse in der Mobilitätsforschung hat ferner den Vorteil, daß die Originaldaten direkt in die Analyse eingehen können und nicht erst in (Un)ähnlichkeitsmaße umgerechnet werden müssen. Durch diese direkte Verwendungsmöglichkeit entfällt zum einen die vorhandene Willkürlichkeit bei der Entscheidung für oder gegen die Wahl eines bestimmten Maßes (Dissimilaritätsindex, Phi-Koeffizient, ....), und zum anderen wird die Häufigkeit von Zeilen und Spalten (im Beispiel der Mobilitätsdaten also die unterschiedliche Vorkommenshäufigkeit der einzelnen Berufsbereiche, sowohl die des Vaters, des Erstberufes als auch des Hauptberufes 1848/49) berücksichtigt (vgl. Anhang). Schließlich entfällt auch die Wahl einer geeigneten Metrik zur Berechnung der Distanzen zwischen den Objekten (City-Block-Metrik, euklidische Metrik, ...).

Auch wenn bei Anwendung der MDS in der Regel die euklidische Metrik verwendet wird, so ist dies keineswegs zwingend. Der größte Vorteil der MDS ist die graphisch direkt übersetzbare Darstellung von (Un)ähnlichkeiten von Objekten als Distanzen; dieses ist bei der Korrespondenzanalyse umständlicher, da hier die (Un)ähnlichkeit von Objekten nur anhand ihrer Winkel zum Achsenkreuz erkennbar wird. Die Vorteile der Korrespondenzanalyse liegen in den breiten Anwendungsmöglichkeiten insbesondere bei nominal skalierten Daten und in den guten Interpretationsmöglichkeiten der numerischen Ergebnisse.

## Anhang

## Verbindung von Zeilen- und Spaltendarstellung

In diesem Anhang soll gezeigt werden, daß sich Zeilen und Spalten in einem Raum abbilden lassen. Der hier angeführte Beweis geht auf die Eckart-Young-Zerlegung (Eckart & Young, 1936)<sup>35</sup> zurück. Vektoren und Matrizen wurden zur besseren Übersicht unterstrichen.

$\underline{A} = (a_{ij})$  ist die Ausgangsmatrix mit  $n$ -Zeilen und  $m$ -Spalten,

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} = N \quad \text{mit } a_{ij} \geq 0$$

$\underline{1}'_i$  und  $\underline{1}_j$  sind Zeilenvektoren mit  $n$  bzw.  $m$  Komponenten, die alle Eins sind.

$\underline{P} = (p_{ij}) = 1/N \underline{A}$  ist die Korrespondenzmatrix. In dieser Matrix stehen die relativen Zellenhäufigkeiten von  $\underline{A}$  bezogen auf  $N$ .

$$\text{Es gilt} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij} = 1$$

Die relativen Häufigkeiten von Zeilen und Spalten sollen in die Analyse einbezogen werden, um damit eine Gewichtung der Variablen entsprechend ihrer Ausprägungshäufigkeit vorzunehmen. In dem Vektor  $\underline{z}$  sollen die relativen Häufigkeiten der Spalten der Ausgangsmatrix  $\underline{A}$  stehen, wir bezeichnen ihn als Schwerpunkt bei der Zeilendarstellung. Für die Berechnung von  $\underline{z}$  werden die Elemente von  $\underline{P}$  spaltenweise addiert.

$$(1) \quad \underline{z} = \underline{1}'_i \underline{P}$$

Das, was für die relativen Häufigkeiten der Spalten gilt, gilt auch für die relativen Häufigkeiten der Zeilen. Den resultierenden  $n$ -elementigen Spaltenvektor nennen wir  $\underline{s}$ . Bei der Zeilendarstellung entsprechen die Komponenten von  $\underline{s}$  den Massen (den relativen Häufigkeiten) der Zeilen.

$$(2) \quad \underline{s} = \underline{P} \underline{1}_j$$

Durch Diagonalisierung von  $\underline{z}$  und  $\underline{s}$  ergeben sich:

<sup>35</sup> Carl Eckart und Gale Young, "The Approximation of one Matrix by another of Lower Rang," in: Psychometrika 1 (1936), S.211-218.

$$\underline{D}_Z = \begin{pmatrix} z_1 & & 0 \\ & z_j & \\ 0 & & z_m \end{pmatrix} \quad \underline{D}_S = \begin{pmatrix} s_1 & & 0 \\ & s_i & \\ 0 & & s_n \end{pmatrix}$$

Wie dargestellt, werden sowohl Zeilen- als auch Spaltenvektoren in einem niederdimensionalen Raum projiziert.

Wir beginnen mit der Zeilendarstellung. Hierbei gewichten wir die Korrespondenzmatrix ( $\underline{P}$ ) im ersten Schritt mit den relativen Häufigkeiten der Spalten, also mit dem Vektor  $\underline{z}$ . Als resultierende erhalten wir die Matrix der Zeilenprofile  $\underline{Z}$ . Bei der Spaltendarstellung wird die Korrespondenzmatrix mit den relativen Häufigkeiten der Zeilen gewichtet. Als Resultat erhalten wir die Matrix der Spaltenprofile  $\underline{S}$ .

$$(3) \quad \underline{Z} = \underline{D}_S^{-1} \underline{P}$$

$$(4) \quad \underline{S}' = \underline{D}_Z^{-1} \underline{P}'$$

Geometrische Überlegungen

Bei der Darstellung der Zeilen summieren sich die Komponenten jedes Zeilenvektors zu Eins. Die  $n$ -Punkte innerhalb des  $m$ -dimensionalen Raumes spannen einen höchsten  $(m-1)$ -dimensionalen Raum auf, der orthogonal zum Vektor  $\underline{1}_i$  ist. Für diesen Raum gilt die euklidische Metrik nicht. Der quadrierte Abstand zwischen zwei Punkten innerhalb dieses Raumes ist definiert als:

$$(5) \quad d^2(\underline{z}_i, \underline{z}_k) = (\underline{z}_i - \underline{z}_k)' \underline{D}_Z^{-1} (\underline{z}_i - \underline{z}_k)$$

Der Ursprung des Raumes wird als Schwerpunkt gewählt und ein orthogonales Koordinatensystem so eingeführt, daß die Summen der quadrierten Abstände der  $\underline{z}_i$  von den Achsen sukzessive minimal sind. Zur Lösung dieses Problems wird durch Umdefinition der Achseneinheiten die Gültigkeit der euklidischen Metrik hergestellt.

$$(6) \quad \underline{z}_i^* = \underline{D}_Z^{-1/2} \underline{z}_i$$

Die Transformation des Schwerpunktes in den neuen Raum erfolgt analog den Punkten.

$$(7) \quad \underline{z}^* = \underline{D}_Z^{-1/2} \underline{z}$$

Der neuen Metrik entsprechend ist:

$$(8) \quad d^{2*}(\underline{z}_i^*, \underline{z}_k^*) = (\underline{z}_i^* - \underline{z}_k^*)' (\underline{z}_i^* - \underline{z}_k^*) = \\ (\underline{z}_i - \underline{z}_k)' \underline{D}_Z^{-1} (\underline{z}_i - \underline{z}_k) = d^2(\underline{z}_i, \underline{z}_k)$$

### Berechnung der Achsen

Im folgenden sollen auch die relativen Häufigkeiten der Zeilen ( $s_i$ ) berücksichtigt werden. Die Bestimmung der Achseneinheitsvektoren  $\underline{e}$  erfolgt im modifizierten Raum durch sukzessive Maximierung von:

$$(9) \quad \underline{e}' \left[ \sum_{i=1}^n s_i (\underline{z}_i^* - \underline{z}^*) (\underline{z}_i^* - \underline{z}^*)' \right] \underline{e}$$

Die Bestimmung von Eigenwerten und Eigenvektoren geschieht durch:

$$(10) \quad \underline{U} = \sum_{i=1}^n s_i (\underline{z}_i^* - \underline{z}^*) (\underline{z}_i^* - \underline{z}^*)' = \\ \sum_{i=1}^n s_i \underline{D}_Z^{-1/2} (\underline{z}_i - \underline{z}) (\underline{z}_i - \underline{z})' \underline{D}_Z^{-1/2} = \\ \underline{D}_Z^{-1/2} \left[ \sum_{i=1}^n s_i (\underline{z}_i - \underline{z}) (\underline{z}_i - \underline{z})' \right] \underline{D}_Z^{-1/2}$$

Aus dem letzten Teil von Gleichung (10) soll die "Summation" entfallen, wir betrachten statt Vektoren nun Matrixen.

$$(11) \quad \underset{(mxm)}{\underline{U}} = \underline{D}_Z^{-1/2} (\underline{Z}' - \underline{z} \underline{1}_i') \underline{D}_S (\underline{Z} - \underline{1}_i \underline{z}') \underline{D}_Z^{-1/2} = \\ \underset{(mxm)}{\underline{D}_Z^{-1/2}} (\underline{Z} - \underline{1}_i \underline{z}')' \underset{(mxn)}{\underline{D}_S} \underset{(nxn)}{(\underline{Z} - \underline{1}_i \underline{z}')'} \underset{(nxm)}{\underline{D}_Z^{-1/2}} \underset{(mxm)}{}$$

Bei der (mxm) Matrix  $\underline{U}$  handelt es sich um eine symmetrische Matrix, deren Spur gleich der Summe der Eigenwerte ist. Diese Summe wurde "Gesamtträgheit" bezeichnet. Der Wert dieser Gesamtträgheit ist identisch mit dem durch N (total N) dividierten Chi-Quadrat-Wert, also der Summe der Werte der Matrix CELLIN.

Aufgrund der Analogien von Zeilen- und Spaltendarstellung läßt sich die (nxn)-Matrix  $\underline{V}$  darstellen als:



$$(12) \quad \underline{V} = \underline{D}_S^{-1/2} (\underline{S} - \underline{1}_j \underline{s}')' \underline{D}_Z (\underline{S} - \underline{1}_j \underline{s}') \underline{D}_S^{-1/2}$$

Die Spur von  $\underline{V}$  ist ebenfalls gleich der Summe der Eigenwerte und entspricht ebenfalls der "Gesamtträgheit".

Nun soll  $\underline{V}$  derart umgeformt werden, daß die Verbindung zu  $\underline{U}$  ersichtlich wird. Es galt nach den Gleichungen (3) und (4):

$$\underline{Z} = \underline{D}_S^{-1} \underline{P} \quad \text{und} \quad \underline{S} = \underline{D}_Z^{-1} \underline{P}'$$

Aus (3) folgt:

$$(13) \quad \underline{P} = \underline{D}_S \underline{Z}$$

$$(14) \quad \underline{P}' = \underline{Z}' \underline{D}_S$$

$$(15) \quad \underline{S} = \underline{D}_Z^{-1} \underline{Z}' \underline{D}_S$$

Dies setzen wir in Gleichung (12) ein und erhalten:

$$(16) \quad \underline{V} = \underline{D}_S^{-1/2} (\underline{D}_Z^{-1} \underline{Z}' \underline{D}_S - \underline{1}_j \underline{s}')' \underline{D}_Z (\underline{D}_Z^{-1} \underline{Z}' \underline{D}_S - \underline{1}_j \underline{s}') \underline{D}_S^{-1/2}$$

Erweitern wir die rechte Seite von Gleichung (16) innerhalb der beiden Klammerausdrücke:

$$(17) \quad \underline{V} = \underline{D}_S^{-1/2} (\underline{D}_Z^{-1} \underline{Z}' \underline{D}_S - \underline{D}_Z^{-1} \underline{D}_Z \underline{1}_j \underline{s}' \underline{D}_S^{-1} \underline{D}_S)' \quad *$$

$$\underline{D}_Z (\underline{D}_Z^{-1} \underline{Z}' \underline{D}_S - \underline{D}_Z^{-1} \underline{D}_Z \underline{1}_j \underline{s}' \underline{D}_S^{-1} \underline{D}_S) \underline{D}_S^{-1/2}$$

$$(18) \quad \underline{V} = \underline{D}_S^{-1/2} (\underline{D}_S \underline{Z} \underline{D}_Z^{-1} - \underline{D}_S \underline{D}_S^{-1} \underline{s} \underline{1}_j' \underline{D}_Z \underline{D}_Z^{-1}) \quad *$$

$$\underline{D}_Z (\underline{D}_Z^{-1} \underline{Z}' \underline{D}_S - \underline{D}_Z^{-1} \underline{D}_Z \underline{1}_j \underline{s}' \underline{D}_S^{-1} \underline{D}_S) \underline{D}_S^{-1/2}$$

$\underline{D}_Z^{-1}$  und  $\underline{D}_S$  können aus den Klammerausdrücken herausgezogen werden.

$$(19) \quad \underline{V} = \underline{D}_S^{1/2} (\underline{Z} - \underline{D}_S^{-1} \underline{s} \underline{1}_j' \underline{D}_Z) \underline{D}_Z^{-1} (\underline{Z}' - \underline{D}_Z \underline{1}_j \underline{s}' \underline{D}_S^{-1}) \underline{D}_S^{1/2}$$

$\underline{D}_S^{-1} \underline{s}$  ist ein Spaltenvektor, der aus n Einsen besteht. Multiplizieren wir diesen mit einem m-elementigen Zeilenvektor, so erhalten wir eine Matrix mit n Zeilen und m Spalten, die als Elemente nur Einsen hat. Multiplizieren wir diese mit der Diagonalmatrix  $\underline{D}_Z$ , so ergibt sich eine (nxn)-Matrix in der

spaltenweise die jeweils identischen Elemente von  $\underline{D}_Z$  stehen. Somit ist:

$$(20) \quad \underline{D}_S^{-1} \underline{S} \underline{1}'_i \underline{D}_Z = \underline{1}_i \underline{z}'$$

$$(21) \quad \underline{V} = \underline{D}_S^{1/2} (\underline{Z} - \underline{1}_i \underline{z}') \underline{D}_Z^{-1} (\underline{z}' - \underline{z} \underline{1}'_i) \underline{D}_S^{1/2}$$

$$(22) \quad \underline{V} = \underline{D}_S^{1/2} (\underline{Z} - \underline{1}_i \underline{z}') \underline{D}_Z^{-1} (\underline{Z} - \underline{1}_i \underline{z}')' \underline{D}_S^{1/2}$$

Wird

$$(23) \quad \underline{W} = \underline{D}_S^{1/2} (\underline{Z} - \underline{1}_i \underline{z}') \underline{D}_Z^{-1/2} \quad \text{gesetzt, so ist}$$

$$(24) \quad \underline{V} = \underline{W} \underline{W}' \quad \text{und sich ableitend aus (11)}$$

$$\underline{U} = \underline{W}' \underline{W}$$

Aus diesem Ergebnis folgt, daß  $\underline{U}$  und  $\underline{V}$  die gleichen von Null verschiedenen Eigenwerte haben. Ist  $\lambda = 0$  ein Eigenwert von  $\underline{U}$  mit dem Eigenvektor  $\underline{e}$ , so ist

$$(25) \quad \underline{W}' \underline{W} \underline{e} = \lambda \underline{e} \quad \text{und}$$

$$(26) \quad \underline{W} \underline{W}' (\underline{W} \underline{e}) = \lambda (\underline{W} \underline{e})$$

Ist  $\lambda = 0$  ein Eigenwert von  $\underline{W}' \underline{W}$ , dann ist er es auch von  $\underline{W} \underline{W}'$ . Ist  $\underline{e}$  der zugehörige Eigenvektor von  $\underline{W}' \underline{W} = \underline{U}$ , dann ist  $\underline{W} \underline{e}$  - nach Normierung auf die Länge Eins - der zugehörige Eigenvektor von  $\underline{V} = \underline{W} \underline{W}'$ . Dieser normierte Eigenvektor  $\underline{W} \underline{e}$  soll  $\underline{f}$  heißen. Ist  $\underline{e}$  bekannt, so kann  $\underline{f}$  bestimmt werden.

Wurde  $\underline{f}$  wie hier gezeigt berechnet, so sind sowohl die Längen der Achsen als auch deren geometrische Ausrichtung im Raum für Zeilen- und Spalten-darstellung identisch. Diese Gleichheit ist Voraussetzung für die im Textteil gemachten Interpretationen.